

Nicht Riemann-integrierbare Funktion, die Stammfunktion besitzt.

a) Zeigen Sie: Die Funktion $F : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$F(x) := \begin{cases} \sqrt{x^3} \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{für } 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}$$

ist für alle $x \in [0, 1]$ differenzierbar.

b) Berechnen Sie die Ableitung $f := F'$ und zeigen Sie, dass f nicht R-integrierbar ist.

Mit anderen Worten: Die Funktion $f(x)$ hat zwar eine Stammfunktion, ist aber nicht R-integrierbar.